Bellavista, 18 de octubre, 2022

Señor(a):

RESOLUCIÓN DECANAL N° 129-2022-D-FCNM. - Bellavista 18 de octubre de 2022.- EL DECANO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO:

Visto el Proveído N°632-2022-D-FCNM, recibido en forma virtual el 07 de octubre de 2022, por medio del cual el Presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta el Dictamen, para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, e informa, que el proyecto titulado:"EXISTENCIA DE SOLUCIONES DÉBILES POSITIVAS PARA UN PROBLEMA ELÍPTICO VÍA MÉTODO DE SUB-SUPERSOLUCIONES", presentado por la Srta. Bachiller MORI TRUJILLO LUZ SARA, ha sido evaluado y se resuelve aprobarlo.

CONSIDERANDO:

Que, el Art. 32° de la Ley Universitaria Ley N° 30220, norma que las Facultades son unidades de formación académica, profesional y de gestión, el Art. 70° numeral 2, 3 y 5, norma las atribuciones del Decano, a través de los Directores de los Departamentos, Directores de las Escuelas Profesionales, Unidad de Investigación y la unidad de Posgrado, y las demás dependencias, respectivamente; a fin de lograr un desarrollo académico y administrativo eficaz y eficiente, concordante con la misión, visión y valores de la Facultad FCNM;

Que, mediante Resolución del Consejo Universitario Nº 099-2021-CU de fecha 30 de junio del año 2021, se aprobó el Reglamento de Grados y Títulos de Pregrado de la Universidad Nacional del Callao, señalando en el Art. 33° que la titulación profesional por la modalidad de tesis se realiza por uno de los dos procedimientos: a) Sin ciclo de tesis, y b) Con ciclo de tesis; asimismo, en su Art. 73° precisa sobre la documentación que debe presentar el estudiante o egresado para aprobar su proyecto de tesis y acceder a la titulación profesional mediante dicha modalidad;

Que, con Resolución Rectoral Nº 285-2021-R de fecha 17 de mayo de 2021, se aprobó la Directiva Nº 002-2021-R PARA LA TITULACIÓN PROFESIONAL POR LA MODALIDAD DE TESIS CON CICLO DE TALLER DE TESIS EN LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO;

Que, con RESOLUCIÓN DECANAL Nº 021-2019-D-FCNM de fecha 04 de febrero de 2019 se aprueba la APERTURA, INSCRIPCIÓN Y DESARROLLO DEL TERCER CICLO TALLER DE TESIS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, designándose al mismo tiempo, al Profesor ordinario, adscrito al Departamento Académico de Matemática Lic. JUAN BENITO BERNUI BARROS, Coordinador del Tercer Ciclo Taller de Tesis, para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, cumpliendo con las funciones establecidas en los artículos 46°, 47° 48° y 49° del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Callao, aprobado mediante Resolución de Consejo Universitario Nº 099-2021-CU, de fecha el 30 de junio de 2021;

Que, con Resolución de Consejo de Facultad Nº 028-2021-CF-FCNM de fecha 15 de marzo del 2021, se aprobó el PROYECTO DEL III CICLO TALLER DE TESIS PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, que incluye el Cronograma de Actividades, docentes de cada módulo, Asesores, programación horaria, presupuesto y Personal Administrativo, con las modificaciones realizadas por el Consejo de Facultad, el mismo que consta de once (11) páginas;

Que, mediante RESOLUCIÓN DECANAL Nº 094-2022-D-FCNM de fecha 26 de agosto de 2022 se Designó, Jurado Evaluador de Proyecto de Tesis para obtener el título profesional de Licenciado en Matemática, del proyecto titulado: "EXISTENCIA DE SOLUCIONES DÉBILES POSITIVAS PARA UN PROBLEMA ELÍPTICO VÍA MÉTODO DE SUB-SUPERSOLUCIONES", presentado por la Srta. Bachiller MORI TRUJILLO LUZ SARA; Jurado que está integrado por los siguientes profesores: Dr. JULIO CÉSAR NÚÑEZ VILLA (Presidente), Dr. EUGENIO CABANILLAS LAPA (Presidente), Lic. ABSALÓN CASTILLO VALDIVIESO (Secretario), Dr. PEDRO CANALES GARCÍA (Vocal), Dr. EDINSON MONTORO ALEGRE (Suplente);

Que, estando vigente el Estado de Emergencia Nacional y de Aislamiento Social Obligatorio establecido en el marco del Decreto de Urgencia N° 026-2020 por las graves circunstancias que afectan la vida de la Nación a consecuencia del brote del COVID-19. Se ha emitido la Resolución de Consejo Universitario N° 068-2020-CU, de fecha 25 de marzo de 2020, mediante la cual se resuelve "autorizar con eficacia anticipada, del 16 de marzo de 2020, y hasta que concluya el estado de emergencia nacional, la modificación del lugar de la prestación de servicios docentes y administrativos;

Que, corrido el trámite de la solicitud del recurrente, el presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta en forma virtual en mesa de partes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, el 07 de octubre de 2022, el Dictamen del proyecto de Tesis titulado "EXISTENCIA DE SOLUCIONES DÉBILES POSITIVAS PARA UN

PROBLEMA ELÍPTICO VÍA MÉTODO DE SUB-SUPERSOLUCIONES", presentado por la Srta. Bachiller MORI TRUJILLO LUZ SARA, el cual ha sido evaluado y cumple con los requisitos para su aprobación;

Estando a lo glosado; a la documentación que obra en autos; a lo normado en el Reglamento de Grados y Títulos; y en uso de las atribuciones que le confiere el Art. 187° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, modificado en Resolución de Asamblea Universitaria Nº 008-2022-AU, de fecha 28 de junio de 2022 y concordante con el Art. N° 70° de la ley universitaria, Ley N° 30220;

RESUELVE:

1º. APROBAR, con eficacia anticipada el Proyecto de Tesis para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, titulado: "**EXISTENCIA DE SOLUCIONES DÉBILES POSITIVAS PARA UN PROBLEMA ELÍPTICO VÍA MÉTODO DE SUB-SUPERSOLUCIONES**", presentado por la Srta. Bachiller MORI TRUJILLO LUZ SARA, en el Tercer Ciclo Taller de Tesis para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, de la Universidad Nacional del Callao.

2º. AUTORIZAR, a la Unidad de Investigación inscribir el tema de tesis y su autor señalado en la presente Resolución, en el Libro de Registro de Tesis, de acuerdo con el Reglamento de Grados y Títulos vigente.

3º. TRANSCRIBIR, la presente Resolución a los miembros del Jurado Evaluador, profesor asesor, Escuela Profesional y Departamento Académico de Matemática, Unidad de Investigación, Comisión de Grados y Títulos e interesada, para conocimiento y fines.

REGÍSTRESE, COMUNÍQUESE Y ARCHÍVESE

Fdo. **Dr. JUAN ABRAHAM MÉNDEZ VELÁSQUEZ**. -Decano y Presidente del Consejo de Facultad de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao.

Fdo. **Mg. GUSTAVO ALBERTO ALTAMIZA CHÁVEZ**.-Secretario Académico
Lo que transcribo a usted para los fines pertinentes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

PROVEÍDO N°632-2022-D-FCNM

Ref. : **Dictamen Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis**
III CICLO TALLER DE TESIS FCNM 2021
Bach. MORI TRUJILLO, Luz Sara
Escuela Profesional de Matemática

DERÍVESE, el documento indicado de la referencia a la **Oficina de Secretaría Académica de la FCNM**, para la emisión de la respectiva resolución.

Bellavista, 07 de octubre de 2022

Atentamente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

JAMV/hc
Archivo

Dictamen

Asunto: Evaluación de Proyecto de Tesis.

Lugar: Facultad de Ciencias Naturales y Matematica.

Fecha: 06 de Octubre de 2022.

Los que suscribimos: Dr. Pedro Canales García, Lic. Absalón Castillo Valdivieso, Dr. Edinson Montoro Alegre y Dr. Eugenio Cabanillas Lapa, designados por Resolución Decanal No Nº 094-2022-D-FCNM del 26 de Agosto de 2022, como Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis: “EXISTENCIA DE SOLUCIONES DÉBILES POSITIVAS PARA UN PROBLEMA ELÍPTICO VÍA MÉTODO DE SUB-SUPERSOLUCIONES”, presentado por la Bachiller MORI TRUJILLO Luz Sara, para obtener el título profesional de Licenciado en Matemática, por la modalidad de tesis sin ciclo de tesis , cumplimos en dictaminar, después de una exhaustiva y meticulosa revisión, que: el Proyecto en mención reúne los requisitos exigidos para su aprobación, y continuación del trámite correspondiente.

Dr. Pedro Canales García

Lic. Absalón Castillo Valdivieso

Dr. Edinson Montoro Alegre

Dr. Eugenio Cabanillas Lapa

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

“EXISTENCIA DE SOLUCIONES DÉBILES POSITIVAS PARA UN PROBLEMA ELIPTICO VÍA MÉTODO DE SUB-SUPERSOLUCIONES”

AUTOR:

Luz Sara Mori Trujillo

ASESOR

LIC. César Augusto Ávila Célis

Línea de investigación:

Análisis funcional y Ecuaciones diferenciales Parciales.

Callao, 2022

PERÚ

Lic. César Augusto Avila Celis

Asesor Interno

Mg. Rómulo Díaz Carlos

Asesor Externo

Luz Sara Mori Trujillo
Bachiller

INFORMACIÓN BÁSICA

1. **Facultad:** Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
2. **Unidad de Investigación:** Departamento de Matemática
3. **Título:** Existencia de Soluciones Débiles Positivas para un Problema Elíptico Vía Método de Sub - Supersoluciones.
4. **Autor:** Bach. Sara Mori Trujillo

   ORCID: 0000-0002-6338-4000
5. **Asesor:** Lic. César Augusto Ávila Célis

   ORCID: 0000-0001-5298-9488

   Asesor Externo: Mg. Rómulo Díaz Carlos

   ORCID: 0000-0002-3324-4541
6. **Lugar de ejecución:** Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
7. **Unidades de análisis:** Análisis Funcional
8. **Tipo de Investigación:** Básica
9. **Tema OCDE:** 1.01.01 (Matemática Pura)

INDICE

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se mostrará la existencia de soluciones débiles positivas para un problema elíptico vía método de sub-supersoluciones, es decir se estudiará el problema:

$$(P)\begin{cases} -\Delta u = f(x,u)|u|_{L^q}^{\alpha} + g(x,u)|u|_{L^s}^{ß} & en\ \Omega \\ u = 0 & sobre\ \partial\Omega, \end{cases}$$

Definido en una región acotada $\Omega \subset R^N$ $(N > 1)$ con frontera de clase C^2, donde $|.|_{L^m}$ es la norma usual del espacio $L^m(\Omega)$, $-\Delta u \coloneqq -div(\nabla u)$ es el operador $Laplaciano$, $q, s \geq 1$, $\alpha , \beta \geq 0$ y $f, g: \Omega\, x\, R \rightarrow R$ son funciones que satisfacen ciertas condiciones, que serán precisadas más adelante.

En las últimas décadas surgieron varios trabajos relacionados con el operador Laplaciano, como por ejemplo los encontrados (E. Acerbi & G. Mingione,, 2002, 213259.) (X.L. Fan & D. Zhao, 1999, 295318.) (X.L.Fan,GlobalC1, 2007, 397-417) y sus referencias. Las ecuaciones diferenciales parciales que involucran el operador Laplaciano surgen, por ejemplos en fluidos mecánicos, fluidos no Newtonianos, en la elasticidad no lineal y procesamiento de imágenes.

En (F.J.S.A. Corra, G.M. Figueiredo & F.P.M. Lopes,, 2008, Vol. 21, 305-324.) los autores utilizaron un argumento de sub- supersolución para estudiar el problema.

$$\{-\Delta u = |u|^{\alpha} L^q \quad en\ \Omega, \quad u = 0\ sobre\ \partial\Omega,$$

Mientras que (M. Chipot & F.J.S.A. Corra,, 2009, 381-393), los autores utilizaron un teorema abstracto de sub- supersolución cuya prueba se basa principalmente en una versión del Teorema de Minty- Browder para operadores P seudomonotonos.

Es así que este proyecto es de alto interés para un sector significativo de la ciencia actualmente, el cual es reflejado en su alto nivel de publicaciones dentro de la comunidad matemática.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática:

El presente trabajo tendrá como objetivo principal mostrar la existencia de soluciones débiles positivas para un problema elíptico vía método de sub-supersolución.

$$(P)\begin{cases} -\Delta u = f(x,u)|u|_{L^q}^{\alpha} + g(x,u)|u|_{L^s}^{ß} & en\ \Omega \\ u = 0 & sobre\ \partial\Omega, \end{cases}$$

Donde Ω es una región acotada $\Omega \subset R^N$ con frontera de clase C^2 y con condiciones de Dirichlet, esto es $u(x) = 0$ para $x \in \partial\Omega$. Ademas asumiremos sobre $\alpha, ß, s, q > 0$ y $f, g: \Omega\ x\ R \rightarrow R$ que satisfacen las siguientes condiciones:

- Las constantes obedecen las siguientes desigualdades $q, s \geq 1$ y $\alpha, \beta \geq 0$.
- Si $(\underline{u}, \overline{u})$ es un par de sub-supersolución para (P) con $\overline{u} > 0\ c.s.\ en\ \Omega$, entonces $f(x,t), g(x,t) \geq 0\ en$ $\overline{\Omega}x\left[0, |u|_{\infty}\right]$ siendo estas funciones continuas

Estas hipótesis son las usuales presentes en la bibliografía mencionada en este trabajo.

(Zeidler E. Nonlinear, 1990)

1.2. Formulación del problema

Teniendo en cuenta lo referido en el apartado anterior, la presente investigación formula la problemática en los siguientes términos:

1.2.1. Problema General

¿Existen Soluciones Débiles Positivas para un Problema Elíptico Vía Método De Sub-Supersoluciones?

1.2.2. Problemas Específicos

- ¿Es posible definir una solución débil a partir de su formulación variacional para un problema elíptico?
- ¿Es posible definir el par de sub – supersolución para el problema elíptico asociado?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General:

Probar que existen Soluciones Débiles Positivas para un problema Elíptico Vía Método de sub- supersolución.

1.3.2. Objetivos específicos:

- Definir una solución débil a partir de su formulación variacional para un problema elíptico.
- Definir el par de sub – super solución para el problema elíptico asociado.

1.4. Justificación

Desde una perspectiva teórica el estudio aportará información de alta relevancia acerca de la existencia de soluciones débiles positivas para un problema elíptico mediante el método de Sub y Súper solución las cuales permitirán modelar ciertos fenómenos físicos, como la ecuación de la onda, fenómenos matemáticos, como la ecuación logística, fenómenos sociales como el comportamiento de los ciudadanos ante el covid-19.

El aporte metodológico de esta investigación consistirá en presentar un nuevo procedimiento que dará a conocer los pasos, métodos y técnicas a seguir en la determinación de la solución de una clase especifica de las ecuaciones diferenciales parciales elípticas usando el método de sub-supersolución.

Es así que el presente proyecto formula un tema de actual interés y
se espera con esto contribuir en el desenvolvimiento de la teoría

matemática de las ecuaciones diferenciales no lineales y contribuir en la construcción de las bases matemáticas para el desarrollo de la tecnología de punta en el País.

1.5. Delimitantes de la investigación.

1.5.1. Teórica

No se aplica en este tipo de proyecto.

1.5.2. Temporal

No se aplica en este tipo de proyecto.

1.5.3. Espacial

No se aplica en este tipo de proyecto.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes: Internacional y Nacional

Internacionales

- (M. Chipot & F.J.S.A. Corra,, 2009, 381-393) en su artículo **On Some Model Diffusion Problems With a Nonlocal Lower Order Term**. Los autores consideran una clase de problemas parabólicos no lineales donde el término de orden inferior depende de una integral ponderada de la solución y abordan los problemas de existencia, unicidad, soluciones estacionarias y, en algunos casos, comportamiento asintótico.

- (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.) En su artículo **Combined effects of concave and convex nonlinearities in some elliptic problems, Journal of Functionar su muestra.** La existencia de dos soluciones positivas de la ecuación elíptica en RN con no linealidades cóncavas y convexas.

- Dos Santos y Figueiredo (1994) En su trabajo **Soluciones positivas para una clase de problemas no locales que involucran espacios generalizados de Lebesgue**. En este trabajo probaron la existencia de soluciones positivas para una clase de problemas escalares no locales y sistemas de tales ecuaciones. Usaron el método de sub-supersolución combinado con argumentos de punto fijo y aplicamos los resultados a algunos problemas concretos.

Nacionales

- MACHADO (2017) En su trabajo Existencia de soluciones débiles de un sistema elíptico no lineal vía el teorema de Schauder. Probo la existencia de una solución débil para el siguiente problema elíptico no lineal.

$$\begin{cases} -div(a(x,u)\nabla u) = f \quad \text{en } \Omega \\ \qquad\qquad u = 0 \text{ sobre } \partial\Omega \end{cases} \tag{1}$$

Además, el autor mostró la existencia y unicidad de una solución débil para el problema del siguiente tipo

$$\begin{cases} -\partial_{x_i}\left(a_i(x,u)\left|\partial_{x_i}u\right|^{p_i-2}\partial_{x_i}u\right)+b(x,u)=f \quad \text{en } \Omega \\ \qquad\qquad u=0 \text{ sobre } \partial\Omega \end{cases} \qquad (2)$$

Para resolver (1) el autor usó la teoría de las funciones semicontinuas, aplico
el teorema de Lax – Milgram y el teorema del punto fijo de Schauder. Para resolver (2) aplico el teorema de Minty – Browder y el Teorema del punto fijo de Schauder.

- ACUÑA (2019) En su trabajo **Solución débil a una ecuación elíptica con el (P,Q)- laplaciano y término no lineal dependiente del gradiente** .En esta tesis, estudio un problema elíptico no lineal con el (p,q)-Laplaciano y que tiene un término convectivo (el término dependiente del gradiente). Probo que bajo condiciones adecuadas para el término convectivo, el problema posee una solución débil. Además obtubo un resultado de unicidad y presento un algoritmo de aproximación numérica.

- SANTARIA (2015) En su trabajo **Ecuaciones y Sistemas Elípticos con Crecimiento Superlineal** estudio ecuaciones elípticas de la forma

$$(M)\begin{cases} -\Delta u+\lambda u = f(x,u), \text{ en } \Omega \\ \qquad u \in H_0^1(\Omega) \end{cases}$$

Donde $\Omega\subset\mathbb{R}^N\left(N\geq 2\right)$ es un dominio limitado o $\Omega=\mathbb{R}^N$ y $f:\bar{\Omega}\, x\, \mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ es una función continua con condiciones de crecimiento subcrítico y crítico.

También estudio el sistemas de ecuaciones elípticas de la forma.

$$(S)\begin{cases} -\Delta u = f(x,u,v), \quad \text{en } \Omega \\ -\Delta v = g(x,u,v), \quad \text{en } \Omega \\ u,v \ \in \ \mathrm{H}_0^1(\Omega), \end{cases}$$

Donde $\Omega \subset \mathbb{R}^N \left(N \geq 2\right)$, $f, g : \bar{\Omega} x \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ son funciones continuas con condiciones de crecimiento subcrítico. Encontró soluciones definidas en $H_0^1\left(\Omega\right) x H_0^1\left(\Omega\right)$, para sistemas elípticos de tipo gradiente y de tipo hamiltoniano.

2.2. Bases Teóricas

- En esta sección haremos un repaso de los conceptos básicos necesarios para el desarrollo del presente proyecto de tesis, con esta finalidad se usó los trabajos de (M. Chipot y N.H).

Proposición (1).- Sea $\left(x_n\right)_{n \in N}$ una sucesión en un espacio de Banach E.

Entonces.

a. $x_n \rightarrow x$ en $E \Leftrightarrow \left\langle f, x_n \right\rangle \rightarrow \left\langle f, x \right\rangle \forall f \in E^*$

b. Si $x_n \rightarrow x$ en E, entonces $x_n \rightarrow x$ en E.

c. Si $x_n \rightarrow x$ en E, entonces $\|x_n\|$ es acotada y $\|x\| \leq n \rightarrow \infty \liminf \|x_n\|$.

d. Si $x_n \rightarrow x$ en E y $f_n \rightarrow f$ en E*, entonces $\left\langle f_n, x_n \right\rangle \rightarrow \left\langle f, x \right\rangle$

Demostración: Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Proposición (2).- Sea E un espacio de Banach reflexivo y $\left(x_n\right)_{n \in N}$ una sucesión acotada en E. Entonces existe una subsucesión $\left(x_{n_k}\right) k \in N$ que converge en la topología débil.

Demostración: Ver (E. Acerbi & G. Mingione,, 2002, 213259.)

1. Espacios $L^P\left(\Omega\right)$

Sea Ω un abierto de R^n y $1 \leq p < \infty$, definimos $L^P\left(\Omega\right)$ como el espacio de las funciones medibles $u : \Omega \longrightarrow R$ tal que $|u|^P$ es Lebesgue integrable sobre Ω. La norma en $L^P\left(\Omega\right)$ es dado por:

$$\|u\|_{L^P(\Omega)} = \left[\int_\Omega |u(x)|^p\, dx\right]^{\frac{1}{P}}$$

Para el caso en que $p=\infty$, definimos $L^P(\Omega)$ como el espacio de funciones medibles que son esencialmente acotadas y

$$\|u\|_{L^\infty(\Omega)} = \inf\left\{c;\quad |u(x)| \le c \text{ c.s. en } \Omega\right\}$$

En una norma en $L^\infty(\Omega)$

Teorema (1).- Si $1 \ge p < \infty$, entonces $L^P(\Omega)$ es un espacio de Banach con la norma

$$\|u\|_P = \left(\int_\Omega |u(x)|^P\, dx\right)^{1/P}$$

Demostración.- Sabemos que $L^P(\Omega)$ es un espacio normado. Resta probar que es un espacio completo. Para ello sea $\left([u_n]\right)_{n=1}^\infty$ una sucesión de Cauchy en $L^P(\Omega)$. Entonces, dado $\varepsilon > 0$ existe M = M $(\varepsilon) \in N$ tal que

$$\int_\Omega |u_n - u_m|^p\, d\mu = \|u_n - u_m\|_p^p < \varepsilon^p \text{ siempre que m, n } \ge M$$

Sea $(g_k)_{k=1}^\infty$ una subsucesión de $\left([u_n]\right)_{n=1}^\infty$ tal que $\|g_{k+1} - g_k\|_p < 2^{-k}$ para todo $k \in N.$ Consideremos la función

$$g: \Omega \to R \cup \{\infty\},\quad g(x) = |g_1(x)| + \sum_{k=1}^\infty |g_{k+1}(x) - g_k(x)|$$

Sabemos que g es medible y no negativa. Así mismo,

$$|g(x)|^p = \lim_{n\to\infty}\left(|g_1(x)| + \sum_{k=1}^\infty |g_{k+1}(x) - g_k(x)|\right)^p$$

Por el lema de Fatou, se deduce

$$\int_\Omega |g|^p\, d\mu \le \liminf_{n\to\infty} \int_\Omega \left(|g_1| + \sum_{k=1}^\infty |g_{k+1}(x) - g_k(x)|\right)^p d\mu.$$

Elevando ambos miembros a $\frac{1}{P}$ y usando la desigualdad de Minkowski, obtenemos

$$\left(\int_{\Omega}|g|^{p}\,d\mu\right)^{\frac{1}{p}} \leq \liminf_{n\to\infty}\int_{\Omega}\left(|g_1|_p+\sum_{k=1}^{\infty}|g_{k+1}-g_k|_p\right) \leq \|g_1\|_p+1.$$

Entonces, definiendo $A=\{x\in\Omega : g(x)<\infty\}$, de (2) podemos concluir que $\mu(\Omega-A)=0.$ Luego, la serie en (1) converge excepto tal vez en un conjunto de media nula Ω -A, esto es, una serie µ - casi siempre. Se tiene que la función $g : X_A \in L^P(\Omega)$, donde X_A es la función característica de A. Definimos $f:\Omega\to K$ por:

$$f(x)=\left\{g_1(x)+\sum_{k=1}^{\infty}(g_{k+1}-g_k(x)\right\}, si\ \text{x } \in \text{A0},\ \text{si } x\in A$$

Como $g_k=g_1+(g_2-g_1)+(g_3-g_2)+.....+(g_k-g_{k-1})$ tenemos

$$|g_k(x)|\leq|g_1(x)|+\sum_{j=1}^{k-1}|g_{j+1}(x)-g_j(x)|\leq g(x)$$

Para todo x y $g_k(x)\to f(x)$ para todo $x\in A$, esto es, una sucesión $(g_k)_{k=1}^{\infty}$ converge para *f* c.s. Por el Teorema de la Convergencia Dominada, se deduce que $f\in L^P(\Omega)$

Proposición 3 (Desigualdad de Holder) Si $u\in L^P(\Omega)$ y $v\in L^q(\Omega)$ como $1\leq p\leq\infty$ y $1p+1q=1.$ Entonces se tiene la desigualdad.

$$\int_{\Omega}|uv|\leq\|u\|_{L^p(\Omega)}\|v\|_{L^q(\Omega)}$$

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Observación. Cuando p = 2, tenemos el espacio $L^2(\Omega)$ que es un espacio de Hilbert dotado del producto interno.

$$(u,v)=\int_{\Omega}u(x)v(x)dx$$

Y la norma inducida, es

$$\|u\|_{L^2(\Omega)}=\left[\int_{\Omega}|u(x)|^2\,dx\right]^{12}$$

Proposición 4.- (Teorema de la Representación de Riesz).- Sean 1 < p < ∞, $\varphi\in\left(L^P(\Omega)\right)^*$ y $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$. Entonces existe una única función

$u \in L^q(\Omega)$ tal que

$$\langle \varphi, v \rangle = \int_\Omega u(x)v(x)dx, \quad \forall v \in L^P(\Omega)$$

Además

$$\|u\|_{L^q(\Omega)} = \|\varphi\|_{(L^p(\Omega))^*}$$

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Proposición 5.- Sea $\varphi \in (L^1(\Omega))^*$ entonces existe una única función $u \in L^\infty(\Omega)$

entonces existe una única función $u \in L^\infty(\Omega)$ tal que

$$\langle \varphi, v \rangle = \int_\Omega u(x)v(x)dx, \ \forall v \in L^1(\Omega)$$

También tenemos la siguiente isometría.

$$\|u\|_{L\infty(\Omega)} = \|\varphi\|_{(L^1(\Omega))^*}$$

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Proposición 6.- Sea $\varphi \in (L^1(\Omega))^*$ entonces existe una única función $u \in L^\infty(\Omega)$ tal que

$$\langle \varphi, v \rangle = \int_\Omega u(x)v(x)dx, \quad \forall v \in L^1(\Omega)$$

También tenemos la siguiente isometría.

$$\|u\|_{L^\infty(\Omega)} = \|\varphi\|_{(L^1(\Omega))^*}$$

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Proposición 7.- Sea $(f_n)_{n \in N}$ una sucesión de funciones acotadas en $L^P(\Omega)$ y sea $f \in L^P(\Omega)$ tal que $\|f_n - f\|_{L^P(\Omega)} \longrightarrow 0$. Entonces existe una subsucesión (f_{n_k}) tal que

1. $f_{n_k}(x) \longrightarrow f(x) c.s.$ en Ω
2. $|f_{n_k}(x)| \leq h(x), \forall k \in N$ y c.s. en Ω con $h \in L^P(\Omega)$

Demostración : Ver (E. Acerbi & G. Mingione,, 2002, 213259.)

2. Distribuciones

Denotemos por $D(\Omega)$ al espacio de las funciones de prueba en Ω. Se define la distribución sobre Ω a toda forma lineal y continua T: D $(\Omega) \to R$.

El conjunto de todas las distribuciones sobre Ω es un espacio vectorial el cual se representa por D/ (Ω), llamado espacio de las distribuciones sobre Ω.

$$\langle T_u, \varphi \rangle = \int_\Omega u(x)\varphi(x)dx, \qquad \forall \varphi \in D(\Omega),$$

Es una distribución sobre Ω.

Proposición 8.- (Lema de Du Bois Raymond) Sea $u \in L^1_{loc}(\Omega)$ entonces $T_u = 0$ si y solamente si u = 0 casi siempre en Ω.

Demostración : Ver (E. Acerbi & G. Mingione,, 2002, 213259.)

De esta proposición se tiene que T_u queda unívocamente determinada por u casi siempre sobre Ω, esto es, si $u, v \in L^1_{loc}(\Omega)$, entonces $T_u = T_v$ si y solamente si $u = v$ c.s. sobre Ω. Por este motivo se identifica a T_u como la distribución que define u.

Proposición 9.- Sea $(u_v)_{v \in N} \subset L^P_{loc}(\Omega)$, $1 \le p < \infty$, tal que $u_v \longrightarrow u$ en $L^P_{loc}(\Omega)$, entonces $u_v \to u$ en $D^*(\Omega)$ $\left(L^1_{loc}(\Omega) \to D^*(\Omega)\right)$

Demostración : Ver (Zeidler E. Nonlinear, 1990)

Sea $\alpha \in N^n$, se define la derivada de orden α de una distribución T sobre Ω como sigue.

$$\langle D^\alpha T, \varphi \rangle = (-1)^{|\alpha|} \langle T, D^\alpha \varphi \rangle, \forall \varphi \in D(\Omega)$$

Se verifica que $D^\alpha T$ es una distribución. Con esto tenemos que toda distribución sobre Ω posee derivada de todas las órdenes, que aún es una distribución sobre Ω. Además, el operador derivación $D^k : D*(\Omega) \to D*(\Omega)$ tal que $T \mapsto D^\alpha T$ es lineal y continuo.

3. Espacios de Sobolev

Consideremos Ω un abierto acotado de R^n con frontera Γ bien regular. Definamos el espacio de Sobolev como:

$$W^{m,p}(\Omega) = \{u \in L^p(\Omega); D^\alpha u \in L^p(\Omega), \forall |\alpha| \le m\},$$

Donde D^α es el operador de derivación de orden α, en el sentido de las distribuciones, este espacio dotado de la norma:

$$\|u\|_{W^{m.p(\Omega)}} = \left[0 \le |\alpha| \le m \|D^\alpha u\|^p_{L^p(\Omega)}\right]^{1/P = \frac{1}{P}}$$

Proposición 10.- El espacio de Sobolev $W^{m,p}(\Omega)$ es un espacio de Banach.

Demostración : Ver (E. Acerbi & G. Mingione,, 2002, 213259.)

Proposición 11.- Es sabido que C_0^∞ es den so en $L^P(\Omega)$, más no es verdad que C_0^∞ es denso en $W^{m,p}(\Omega)$ para $m \ge 1$, como veremos posteriormente. Motivado por esta razón se define el espacio $W^{m,p}(\Omega)$ como el cierre de C_0^∞ (Ω) en $W^{m,p}(\Omega)$, es decir:

$$\overline{C_0^\infty}^{W^{m,p}(\Omega)} = W_0^{m,p}(\Omega)$$

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Proposición 12.- Sea $u \in W_0^{m,p}(\Omega)$ y $\tilde{u}$ la extensión de u cero de Ω.

Se tiene:

a) $\tilde{u} \in W^{m,p}(R^n)$

b) $D^\alpha \tilde{u} = (\tilde{D}^\alpha u)$ para todo $|a| \le m$

c) $\|u\|_{W^{m,p}(\Omega)} = \|\tilde{u}\|_{W^{m,p}(R^n)}$

Demostración : Ver (E. Acerbi & G. Mingione,, 2002, 213259.)

Proposición 13.- Si $W_0^{m,p}(\Omega) = W^{m,p}(\Omega)$, el complemento de Ω en el R^n tiene medida de Lebesgue nula.

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Teorema 14.- (Inmersión de $W^{k,p}$). Sea $\Omega \in R^n$ un abierto limitado de clase $C^1, k \in N$ y $1 \leq p \leq \infty$. Entonces,

i) Si kp < n

$$W^{k,p}(\Omega) \to L^q(\Omega)$$

Para todo $1 \leq q \leq \dfrac{np}{n-kp}$;

ii) si kp = n

$$W^{k,p}(\Omega) \to L^q(\Omega)$$

Para todo $q \geq 1$

iii) Si n < p

$$W^{1,p}(\Omega) \to^{cpct} C^{0,\gamma}(\bar{\Omega})$$

Para todo $0 < \gamma < 1 - \dfrac{n}{p}$

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Observación.- En especial, cuando p = 2, el espacio $W^{m,2}(\Omega)$ es un espacio de Hilbeert que denotamos por $H^m(\Omega)$.

Definición 16.- Un operador lineal T: $E \to F$, entre espacios normados, es llamado compacto si $\overline{T(A)} \subset F$ for compacto en F, donde A es un conjunto acotado en E.

Proposición 17.- Sean E, F espacios normales y T: E $\to F$ operador lineal, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

a) T es compacto.

b) $\overline{T(A)}$ es compacto en F para todo acotado A en E.

c) Para toda sucesión acotada $(x_n)_{n\in N}$ em E, a sucesión $(T(x_n))_{n\in N}$ tiene una subsucesión convergente en F.

Demostración : Ver (A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Proposición 18.- Sean E_0, E, F_0, F espacios normados y S: $E_0 \longrightarrow F$, $T: E \to F$ y $U: F \longrightarrow F_0$ operadores lineales con S y U continuos y T compacto. Entonces $U \circ T \circ S$: $E_0 \to F_0$ es un operador compacto.

Demostración : Ver (E. Acerbi & G. Mingione,, 2002, 213259.)

Proposición 19.- (Desigualdad de Poincaré).- Sea Ω un abierto de R^n acotado en alguna dirección x_i. Entonces.

$$|u|^2 L^2 \leq C|\nabla u|_2^2, \forall v E H'_b(\Omega)$$

2.3. Marco Conceptual

Grado Topológico

Sea Ω un dominio acotado de $R^N, \varphi \in C^1(\Omega, R^N)$ y $S = \{x \in \Omega; J_\varphi(x) = 0\}$, donde J_φ representa la matriz jacobiana de φ. Sea $y \in R^N$ con $y \notin \varphi(\partial\Omega) \cup \varphi(S)$. Se $x \in \varphi^{-1}(\{y\})$ tenemos que $J_\varphi(x) = \det[\varphi'(x)] \neq 0$, entonces por el Teorema de la Función Inversa φ es un difeomorfismo de una vecindada U de x sobre una vecindad V de y, esto es, $\varphi: U \to \varphi(U) = V$ es un difeomorfismo. El conjunto $\varphi^{-1}(\{y\})$ es finito. Sea $\varphi \in C^1(\Omega, R^N)$ e $y \notin \varphi(\partial\Omega) \bigcup \varphi(S)$. Definamos el grado topológico de Brouwer de la aplicación φ en relación a Ω en el punto y, como el número entero.

$$\deg(\varphi, \Omega, y) = \begin{cases} \sum_{x \in \varphi^{-1}(\{y\})} \operatorname{sgn} \det[\varphi'(x)] \text{ si } \varphi^{-1}(x) \neq 0 \\ \qquad\qquad 0 \text{ casi contrario,} \end{cases}$$

Donde deg es la función signo que es definida por

$$\deg(\varphi, \Omega, y) = \begin{cases} 1 \quad \text{, si t} > 0 \\ -1, \text{ si t} < 0. \end{cases}$$

(Zeidler E. Nonlinear, 1990)

Teorema de punto fijo de Shauder

Sea E un espacio de Banach y $Q \subset E$ un conjunto convexo, cerrado y acotado. Si $T : Q \longrightarrow Q$ es un operador compacto y continuo. Entonces T, tiene un punto fijo.
(Zeidler E. Nonlinear, 1990)

Definición de Subsolución

Decimos que una función $\underline{u} \in H_0^{'}(\Omega) \cap L^{\infty}(\Omega)$ es una subsolución si $\underline{u} \leq \overline{u}$ en Ω y $\underline{u} = 0 \leq \overline{u}$ en $\partial\Omega$ y $\int_{\Omega} \nabla \underline{u} \nabla v dx \leq \int_{\Omega} \left[f(x, \underline{u}) |\underline{u}|_{L^q}^{\alpha} + g(x, \underline{u}) |\underline{u}|_{L^s}^{ß} \right] v dx$ $\forall v \in H_0^{'}(\Omega)$ con $V \geq 0$ (Zeidler E. Nonlinear, 1990)

Definición de Supersolución

Decimos que una función $\overline{u} \in H'(\Omega) \cap L^{\infty}(\Omega)$ es una supersolución si $\underline{u} \leq \overline{u}$ en Ω, $\underline{u} = 0 \leq \overline{u}$ en $\partial\Omega$ y $\int_{\Omega} \nabla \overline{u} \nabla v \geq \int_{\Omega} \left[f(x, \overline{u}) |\overline{u}|_{L^q}^{\alpha} + g(x, \overline{u}) |\overline{v}|_{L^s}^{ß} \right] v dx$ $\forall v \in H_0^{'}(\Omega)$ con $V \geq 0$ (Zeidler E. Nonlinear, 1990)

Definición de solución débil

Decimos que $u \in H_0^{'}(\Omega) \cap L^{\infty}(\Omega)$ es una solución débil positivo del problema (P), creando $u > 0$ en Ω y $\int_{\Omega} \nabla u \nabla v \geq \int_{\Omega} \left[f(x, u) |u|_{L^q}^{\alpha} + g(x, u) |u|_{L^s}^{ß} \right] v dx$ $\forall v \in H_0^{'}(\Omega)$ (Zeidler E. Nonlinear, 1990)

2.4. Definiciones de términos básicos.

Espacios $L^p(\Omega)$

Sea Ω un abierto de R^n y $1 \leq p < \infty$, definimos $L^p(\Omega)$ como el espacio de las funciones medibles $u : \Omega \longrightarrow R$ tal que $|u|^p$ es Lebesgue integrable sobre Ω. La norma en $L^p(\Omega)$ es dado por:

$$\|u\|_{L^p(\Omega)} = \left[\int_{\Omega} |u(x)|^p \, dx \right]^{\frac{1}{p}}$$

Para el caso en que $p=\infty,$ definimos $L^p(\Omega)$ como el espacio de funciones medibles que son esencialmente acotadas y

$$\|u\|_{L^p(\Omega)} = \inf \left\{ c;\ |u(x)| \le c \ c.s. \text{ en } \Omega \right\}$$

En una norma en $L^\infty(\Omega)$ (Zeidler E. Nonlinear, 1990).

Desigualdad de Holder

Si $u \in L^P(\Omega)$ y $v \in L^q(\Omega)$ como $1 \le p \le \infty$ y $1p+1q=1.$ Entonces se tiene la desigualdad.

$$\int_\Omega |uv| \le \|u\|_{L^p(\Omega)} \|v\|_{L^q(\Omega)}$$

(Zeidler E. Nonlinear, 1990).

Espacio de Sobolev

Funciones cuyas derivadas en el sentido de las distribuciones pertenecen a los espacios de Lebesgue: decimos que $D^\alpha f = g$ en sentido débil o en sentido de las distribuciones (Zeidler E. Nonlinear, 1990).

Teorema de la Representación de Riesz.

Sean 1 < p < ∞, $\varphi \in \left(L^P(\Omega)\right)^*$ y $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$. Entonces existe una única función $u \in L^q(\Omega)$ tal que

$$\langle \varphi, v \rangle = \int_\Omega u(x)v(x)dx, \quad \forall v \in L^P(\Omega)$$

Además

$$\|u\|_{L^q(\Omega)} = \|\varphi\|_{\left(L^p(\Omega)\right)^*}$$

(A. Ambrosetti, H. Brezis & G., 1994, No. 2, 519-543.)

Distribuciones

Denotemos por $D(\Omega)$ al espacio de las funciones de prueba en Ω. Se define la distribución sobre Ω a toda forma lineal y continua T: D $(\Omega) \to R$. El conjunto de todas las distribuciones sobre Ω es un espacio vectorial el cual se representa por D/ (Ω), llamado espacio de las distribuciones sobre Ω.

$$\langle T_u, \varphi \rangle = \int_\Omega u(x)\varphi(x)dx, \qquad \forall \varphi \in D(\Omega),$$

Es una distribución sobre Ω.

(Zeidler E. Nonlinear, 1990)

III. HIPOTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis

Hipótesis general

Existen soluciones débiles positivas para un problema Elíptico vía método de sub- supersoluciones.

Hipótesis especifica

- Es posible definir una solución débil a partir de su formulación variacional, para un problema elíptico.
- Es posible definir el par de sub- supersolución para el problema elíptico asociado.

3.1.1. Operacionalización de las variables.

Definición conceptual de variables

Variable dependiente (D)

D = Soluciones débiles positivas para un problema elíptico.

A partir de un problema elíptico multiplicando por una función de prueba adecuada e integrando sobre su dominio es posible encontrar su formulación variacional procediendo por un camino de densidad y continuidad aquellas soluciones que satisfagan dicha formulación variacional se definen como soluciones débiles para problemas elípticos asociados al referirse con soluciones débiles positivas hacen referencia a una condición de signo y monotonía sobre estas soluciones.

Variable independiente (I)

I = Método de Sub-Supersolucion.

El método de sub y Súper solución consiste en Mostrar la existencia de algún tipo de solución para un problema variacional a partir de soluciones que aproximan de manera Superior y soluciones que aproximan de manera inferior este método muchas veces se basa en otros métodos de tipo variacional.

Procedemos a medir con precisión las variables de acuerdo a las dimensiones que presentan, las mismas que darán cohesión y congruencia a las variables.

Variables	**Dimensiones**	**Indicadores**	**Método**	**Técnica**
D	-Formulación variacional. -Espacio de fase débil. -Condición de signo	-Espacio de las funciones de prueba. -Espacio de fase débil. -Condición de monotonía.	Método de escritorio o de biblioteca.	Documentos cualitativos. Revisión bibliográfica. Trabajo con equipos de investigación.
I	- Sub solución -Súper solución . -El funcional de Euler lagrange.	-Límite inferior de soluciones. -Límite superior de soluciones. -Formulación variacional.	Método de escritorio o de biblioteca.	Documentos cualitativos. Revisión bibliográfica. Trabajo con equipos de investigación

IV. METODOLOGÍA DEL PROYECTO

4.1. Diseño Metodológico

Tipo de Investigación

Nuestro enfoque de investigación es cuantitativa de acuerdo a mis objetivos. El tipo de investigación es de tipo básica, pura o fundamental, pues se utiliza las teorías existentes para profundizar en ellas, generando nuevos conocimientos o criterios en forma inductiva-deductiva tratando de ser lo más exhaustivo posible en cada demostración. Nuestro nivel de investigación es descriptivo.

Diseño de investigación

Nuestro diseño de investigación es no experimental. Se empezará definiendo los términos básicos que nos ayudaran a demostrar la existencia de soluciones débiles positivas para un problema elíptico especifico tomando como método de resolución el método de sub-supersolucion.

4.2. Método de investigación

El método de investigación a usar es de síntesis bibliográficas (método de escritorio o de biblioteca), es decir, se realizará un análisis bibliográfico a profundidad con respecto a las teorías relacionadas al presente tema de investigación, con ello demostraremos dos teoremas importantes que caracterizaran las direcciones equivalentes y la proyección cónica para un problema de programación lineal.

4.3 Población y muestra

Población: No aplica para este tipo de proyecto.

Muestra: No aplica para este tipo de proyecto.

4.4. Lugar de estudio

El lugar de estudio fue en los ambientes de la biblioteca especializada de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática. También usamos los ambientes de la Biblioteca Central.

4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.6. Análisis y procesamientos de datos

Con la variable independiente (Método de Sub-Supersolucion) tendremos una mejor visualización del comportamiento de las soluciones de un problema elíptico. La variable dependiente (Soluciones débiles positivas para un problema elíptico) nos dará el conjunto factible. Ambas variables se relacionan ya que el primero buscará la mejor solución (óptimo) de todas las posibles que se encuentran en conjunto factible.

4.7. Aspectos Éticos en Investigación.

El presente trabajo cumple las normas establecidas (artículo 427-438 del Código Penal, Ley sobre el Derecho de Autor-Decreto Legislativo N° 822) en nuestro país, no incurriendo en el delito contra la fe pública.

4.8. Si la orientación es hacia un proyecto de inversión, considera: Estudio técnico, Estudio económico-financiero, Estudio de la organización administrativa.

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.9. Si el proyecto se orienta al impacto ambiental, considera: Área de estudio, Evaluación del impacto ambiental, Medidas ecológicas, Plan de supervisión ambiental.

No se aplica para este tipo de proyecto.

V. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

CRONOGRAMA DE PROYECTO DE TESIS

Proyecto de tesis: ¨Existencia de Soluciones Débiles Positivas para un Problema Elíptico Vía Método de Sub - Supersoluciones¨
Tesista Sara Mori Trujillo

Fecha de Inicio: 03/05/2021
Fecha de término: 03/11/2022

ACTIVIDADES	INICIO	FINAL	DUR. (Semanas)	MAYO				JUNIO				JULIO				AGOSTO			
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Capacitación Teórica	**03/05/2021**	23/05/2021	**3**																
Componente 1: Primer objetivo específico: Definir una solución débil a partir de su formulación variacional para un problema elíptico.	**24/05/2021**	20/06/2021	**4**																
Componente 2: Segundo objetivo específico: Definir el par de sub – super solución para el problema elíptico asociado.	**21/06/2021**	18/07/2021	**4**																
Análisis y discusión de resultados	**19/07/2021**	15/08/2021	**3**																
Digitalización y defensa de tesis	**16/08/2021**	**03/11/2022**	**2**																

LEYENDA

Controles y revisiones por asesor

Clases, revisiones y presentaciones de anvance

VI. PRESUPUESTO

Los recursos que permitirán el normal desarrollo del trabajo de investigación se detallan a continuación en la siguiente tabla, montos que serán autofinanciados.

ESPECIFICACIONES	**PORCENTAJE (%)**	**COSTO (S/)**
Material de escritorio	40	2240.00
Textos de especialidad	20	1120.00
Servicios de internet	10	560.00
Escaneos	5	280.00
Impresiones	10	560.00
Papel de impresión	5	280.00
Discos compactos	8	448.00
Empastado de tesis	2	112.00
Total	100	5600.00

Fuente: Elaboración propia.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

A. Ambrosetti, H. Brezis & G. (1994, No. 2, 519-543.). *Cerami, Combined effects of concave and convex nonlinearities in some elliptic problems, Journal of Functional Anal. 122, .*

B. Yan & D.Wang. (2016, 442, 72102.). *The multiplicity of positive solutions for a class of nonlocal elliptic problem, J. Math. Anal. Appl. .*

E. Acerbi & G. Mingione,. (2002, 213259.). *Regularity results for stationary electro-rheological fluids, Arch. Ration. Mech. Anal. .*

F.J.S.A. Corra, G.M. Figueiredo & F.P.M. Lopes,. (2008, Vol. 21, 305-324.). *On the Existence of Positive Solutions for a Nonlocal Elliptic Problem Involving the p-Laplacian Differential and Integral Equations. .*

Francisco Julio S.A., Correa. (58.109-970 Campina Grande - PB, Brazil.). Universidad Federal de Campina Grande, Centro de Ciencias e Tecnología, Unidad Académica de Matemática y Estática.

G. F. Carrier,. (1945. Vol. 3, 157-165.). *On the Nonlinear Vibration Problema of the Elastic String, Quart. Appl. Math.,.*

Gerald B. Folland Real Analysis:. (1999). *Modern Techniques and Their Applications, 2nd edition, Jhon Wiley & Sons. Canada.*

H. Brézis . (1983). *Analyse Fonctionnelle: Théorie et Applications, Paris, Masson.*

Lopes, G. M. (CEP: 66075-110, Belém - PA, Brazil.). Universidad Federal do Pará, Instituto de Ciencias Exatas e Naturais, Facultad de Matemática. .

M. Chipot & B. Lovat,. (1997. Vol. 30, No. 7, 4619-4627.). *Some remarks on nonlocal elliptic and parabolic problems, Nonlinear Analysis, T.M.A., .*

M. Chipot & F.J.S.A. Corra,. (2009, 381-393). *Boundary layer solutions to functional, Bull. Braz. Math. Soc., New Series .*

M. Chipot & N.H. Chang,. (2003, 147-166. 24B:2,). *On some model diffusion problems with a nonlocal lower order term. Chin. Ann. Math.,.*

R. A. Adams and J. J. F. Fournier Sobolev Spaces,. (2003). *Pure and Applied Mathematics (Amsterdam), 140. Elsevier/Academic Press.* (Second edition ed.).

X.L. Fan & D. Zhao. (1999, 295318.). *A class of De Giorgi type and Holder continuity, Nonlinear Anal.*

X.L.Fan,GlobalC1. (2007, 397-417). *regularity for variable exponent elliptic equations in divergence form, J. Differ. Equations .*

Y. Chen, S. Levine & M. Rao. (2006, 66 (4), 13831406.). *Variable exponent, linear growth functionals in image restora-tion, SIAM J. Appl. Math.*

Zeidler E. Nonlinear. (1990). *Functional Analysis and its Applications. Tomos I-IV Verlag.* New York.

VIII. ANEXOS:

Matriz de Consistencia.

Matriz de Consistencia

Título: EXISTENCIA DE SOLUCIONES DÉBILES POSITIVAS PARA UN PROBLEMA ELIPTICO VÍA MÉTODO DE SUB- SUPERSOLUCIONES.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	OBJETIVOS DEL PROBLEMA.	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGÍA	POBLACIÓN
PROBLEMA GENERAL ¿Existen Soluciones Débiles Positivas para un Problema Elíptico Vía Método De Sub-Supersoluciones?	**OBJETIVOS GENERALES** Probar que existen Soluciones Débiles Positivas para un problema Elíptico Vía Método de sub-supersolución	**HIPÓTESIS GENERAL** Existen soluciones débiles positivas para un problema Elíptico vía método de sub-supersoluciones.	**VARIABLE DEPENDIENTE** D = Soluciones débiles positivas para un problema elíptico.	**MÉTODO DE INVESTIGACIÓN** El Método científico usada para la presente está dentro del **Tipo** cualitativa como Básica pura o fundamental. **El Método** es inductivo- Deductivo. **El Diseño** es no experimental de tipo longitudinal.	Problemas elípticos con presencia del operador P-Laplace.
PROBLEMAS ESPECIFICOS • ¿Es posible definir una solución débil a partir de su formulación variacional para un problema elíptico? • ¿Existe el par de sub – supersolución para el problema elíptico asociado?	**OBJETIVOS ESPECÍFICOS** • Definir una solución débil a partir de su formulación variacional para un problema elíptico. • Probar que existe el par de sub – super solución para el problema elíptico asociado.	**HIPÓTESIS ESPECÍFICAS** • Es posible definir una solución débil a partir de su formalización variacional, para un problema elíptico. • Existe el par de sub-supersolución para el problema elíptico asociado.	**VARIABLE INDEPENDIENTE** I = El método de Sub-Supersoluciones.		**MUESTRA** Un problema elíptico con presencia del operador Laplaciano.